

EL MOVIMIENTO

1.1 EL SISTEMA DE REFERENCIA

Para determinar el movimiento de un objeto hemos de tomar un sistema de referencia (que podemos considerar fijo) y observar la posición del cuerpo respecto de dicho sistema de referencia. Si su posición cambia con el tiempo, decimos que ese objeto se mueve respecto del sistema de referencia tomado.

Ejercicio 5: Indica dónde pondrías el sistema de referencia

- Una persona viaja de Valladolid a Madrid
- La Tierra da vueltas alrededor del SOL
- La Luna da vueltas alrededor de la Tierra
- Una canica rueda encima de una mesa
- Una canica rueda encima de una mesa dentro de un tren

1.2 ESPACIO, TIEMPO Y VELOCIDAD

Para medir lo rápido que un cuerpo se mueve dividimos la distancia recorrida entre el tiempo empleado en recorrerla. A la rapidez se le denomina, en la vida diaria, velocidad.

(* la velocidad así definida queda incompleta ya que es un vector y habría que tener en cuenta la dirección y sentido como veremos a lo largo del tema)

UNIDADES DE LONGITUD: en el S.I es el metro (m)

Ejercicio 6: Completa

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1,25						
			23400			
					1800	
						25000

UNIDADES DE TIEMPO: en el S.I es segundo (s)

Ejercicio 1: Completa

horas	min	s
3		
	240	
		1800

Ejercicio 2: Expresa en horas, minutos.

horas	Min (parte decimal)	Horas: minutos
1,2 h	0,2 h => 12 min	1 h : 12 min
0,6 h		
2,5 h		
1,9 h		

Ejercicio 3: Indica la hora de llegada

- a) Una persona comienza un viaje a las 10:05, si el viaje dura 3,3 h ¿a qué hora llegará?
- b) Un tren ha llegado a su destino a las 19:45, si el viaje ha durado 1,2 h ¿a qué hora ha salido?
- c) Un autobús sale de una ciudad a las 9:12 y el viaje dura 130 min ¿a qué hora llega?

UNIDADES DE VELOCIDAD:

La unidad en el S.I de unidades es el m/s, aunque en la vida diaria se utiliza mucho el km/h. Para pasar de una unidad a otra podemos utilizar factores de conversión.

$$\text{Pasar } 90 \text{ km/h a m/s} \Rightarrow 90 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = \frac{90 \cdot 1000 \cdot 1}{1 \cdot 3600} = 25 \text{ m/s}$$
$$\text{Pasar } 30 \text{ m/s a km/h} \Rightarrow 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = \frac{30 \cdot 1 \cdot 3600}{1000 \cdot 1} = 108 \text{ km/h}$$

Ejercicio 4: Cambia a las unidades que se indican.

- a) Pasar 35 m/s a km/h
- b) Pasar 72 km/h a m/s
- c) pasar 1200 cm/min a m/s
- d) La velocidad del sonido es 340 m/s. Pásala a km/h.

LA VELOCIDAD MEDIA:

La velocidad es el espacio recorrido en un tiempo (aunque lo correcto es cambio de posición en un tiempo)

UNIDADES COHERENTES:

Para aplicar las fórmulas es necesario que todas las unidades que vamos a utilizar sean coherentes.

Ejemplo:

- Si nos dan la velocidad en m/s el espacio debe ir en metros y el tiempo en segundos. Si una persona se mueve a 2 m/s durante 2 minutos lo más sencillo es pasar los 2 minutos a segundos, por lo que usaremos 120 s
- Si nos dan la velocidad en km/h el espacio debe ir en km y el tiempo en horas. Si un coche se mueve a 72 km/h durante 120 min podemos cambiar los min a horas.

espacio	velocidad	tiempo
$e = v \cdot t$	$v = \frac{e}{t}$	$t = \frac{e}{v}$

Ejemplo: Calcula el tiempo necesario para que un ciclista que se mueve a 6 m/s recorra 4 km

Primero observamos las unidades.

Velocidad 6 m/s \Rightarrow el espacio tiene que estar en m \Rightarrow 4 km = 4000 m

$$t = \frac{e}{v} = \frac{4000}{5} = 800 \text{ s}$$

Ejemplo: Calcula la velocidad en km/h de un coche que recorre 440 m en 20 s

$$v = \frac{e}{t} = \frac{440}{20} = 22 \text{ m/s}$$

$$\text{Ahora lo pasamos a km/h} \Rightarrow 22 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = \frac{22 \cdot 1 \cdot 3600}{1000 \cdot 1} = 79,2 \text{ km/h}$$

Ejemplo: Un ciclista se mueve a 8 m/s durante 40 s y a 10 m/s durante 20 s

a) Calcula el espacio recorrido en cada tramo

$$\text{tramo 1} \Rightarrow e = v \cdot t \Rightarrow e = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 40 \text{ s} = 320 \text{ m}$$

$$\text{tramo 2} \Rightarrow e = v \cdot t \Rightarrow e = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 20 \text{ s} = 200 \text{ m}$$

En total 520 m

b) Calcula la velocidad media

$$v = \frac{e}{t} = \frac{520}{60} = 8,67 \text{ m/s}$$

Ejercicio 5: En una tormenta se ve un rayo y 4 s después se escucha el sonido del trueno. ¿A qué distancia se encuentra la tormenta? $V_{\text{sonido}} = 340 \text{ m/s}$

Ejercicio 6: Una persona recorre 1440 m en 40 s. Calcula su velocidad en m/s y km/h

Ejercicio 7: Un coche lleva una velocidad de 90 km/h recorre una distancia de 300 km. ¿Cuánto tiempo tardará?

Ejercicio 8: ¿Qué espacio recorre un coche que se mueve a 108 km/h en 2 s?

***Cuidado con las unidades**

Ejercicio 9: Un avión lleva una velocidad media de 800 km/h. Si tarda 7,5 horas en hacer el viaje Madrid- Nueva York.

a) ¿Qué distancia habrá entre las dos ciudades?

b) Si ha salido a las 10:00 ¿A qué hora llegará?

Ejercicio 10: Una persona realiza un viaje en coche hasta una ciudad que se encuentra a 106 km. Los primeros 40 km los hace a una velocidad de 100 km/h y los 66 km restantes a una velocidad de 110 km/h. ¿Cuánto tardará en hacer el viaje?

Ejercicio 11: Un coche se mueve a 110 km/h.

a) ¿Cuánto tardará en recorrer 385 km?

b) Si ha salido a las 11:00 ¿A qué hora llegará?

Ejercicio 12: Un ciclista lleva una velocidad de 9 m/s. ¿qué espacio recorre en 12 minutos?

Ejercicio 13: Una persona realiza un viaje en coche. En el primer tramo lleva una velocidad de 90 km/h durante 1,5 h, hace un descanso de 0,5 h y luego continúa a 100 km/h durante 1 h.

a) Calcula el espacio total que recorre

b) Calcula la velocidad media mientras está en movimiento

Ejercicio 14: Un grupo de excursionistas realizan una ruta. Durante la primera hora llevan una velocidad de 6,12 km/h, hacen un descanso de 0,1 h y continúan la ruta a una velocidad de 5,4 km/h durante 0,5 horas

a) Calcula la distancia total de la ruta

b) Calcula la velocidad media mientras está en movimiento

2. EL MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME

En este movimiento la trayectoria es una línea recta y el módulo de la velocidad permanece constante.

2.1 ECUACIÓN DE MOVIMIENTO

Posición, cambio de posición y espacio recorrido: la posición va referida al sistema de referencia que hemos elegido, pero el espacio recorrido es la longitud que realmente se recorre.

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_i + \mathbf{v} t$$

\mathbf{r} es la posición en cualquier momento

\mathbf{r}_i es la posición cuando empieza el movimiento

$$\mathbf{r} - \mathbf{r}_i = \mathbf{e}$$

2.2 REPRESENTACIÓN GRÁFICA

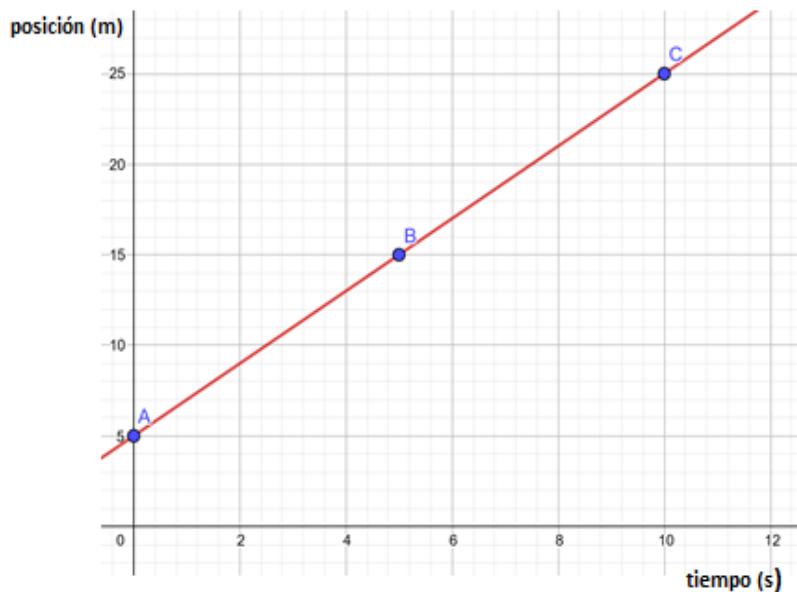
Dar valor a la ecuación

Ejemplo: Representa la siguiente ecuación

$$r = r_0 + v \cdot t$$

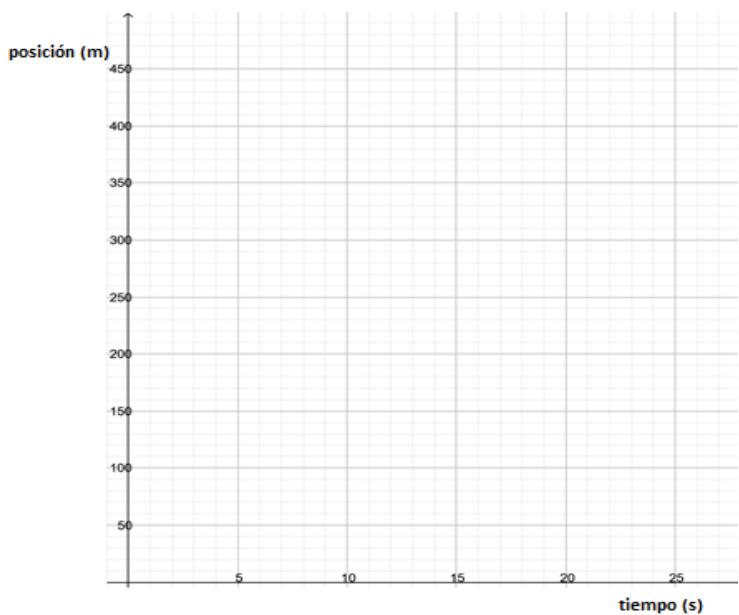
$$r = 5 + 2 \cdot t$$

ecuación	Tiempo (s)	Posición r (m)
$r = 5 + 2 \cdot 0 = 5 \text{ m}$	0 s	5 m
$r = 5 + 2 \cdot 5 = 15 \text{ m}$	5 s	15 m
$r = 5 + 2 \cdot 10 = 25 \text{ m}$	10 s	25 m



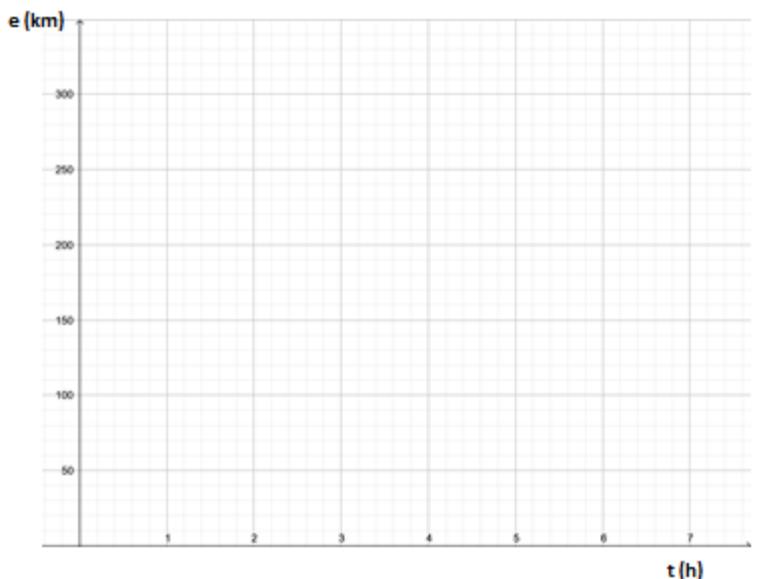
Ejercicio 15: Representa la siguiente ecuación $r = 500 - 20 \cdot t$

**un objeto está a 500 m del punto de referencia y se acerca a 20 m/s*



Ejercicio 16: La distancia entre León y Madrid es de 340 km. Un coche sale de Madrid a una velocidad de 100 km/h y justo a la vez sale un autobús desde León a una velocidad de 80 km/h.

a) Escribe la ecuación de cada vehículo

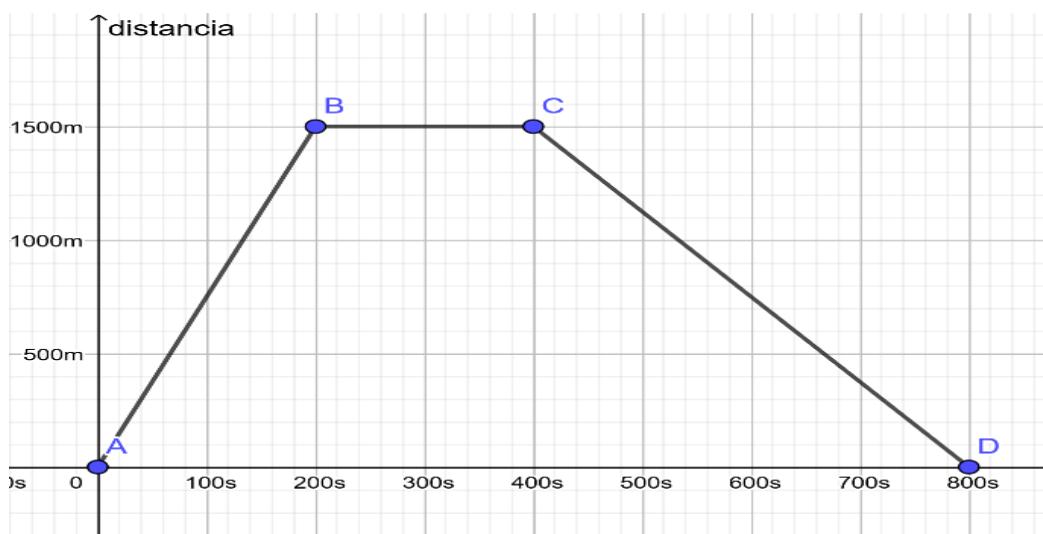


b) Representa las dos rectas en la misma gráfica

c) Indica dónde y cuándo se encuentran

2.3 ANÁLISIS DE GRÁFICAS

Ejemplo: Una persona sale a dar un paseo en bicicleta según la gráfica



Tramo A-B:

- La persona se aleja hasta 1500 m en 200 s
- Lleva una velocidad $v = \frac{e}{t} = \frac{1500}{200} = 7,5 \text{ m/s}$

Tramo B-C:

- La persona está quieta durante 200 s ($400 - 200 = 200 \text{ s}$)

Tramo C-D:

- La persona se acerca hasta regresar (recorre de nuevo 1500 m) en 400 s (800-400= 400s)

¿Qué espacio ha recorrido?

- Recorre los 1500 m de la ida y otros 1500 m de vuelta => 3000 m

¿Cuál es la velocidad media incluyendo el tiempo parado?

- Se calcula como el espacio total que ha recorrido dividido por el tiempo total (incluido lo que ha estado parado) $v = \frac{e}{t} = \frac{3000}{800} = 3,75 \text{ m/s}$

¿Cuál es la velocidad media sin incluir el tiempo parado?

- El espacio recorrido será el mismo, pero quitamos los 200 s que está parado (el tiempo será 600 s)

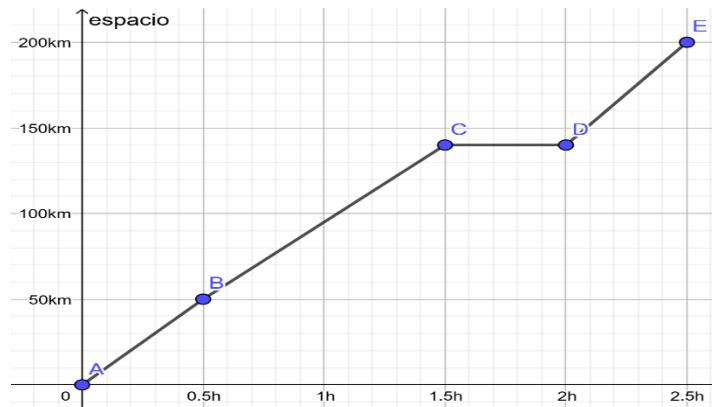
$$v = \frac{e}{t} = \frac{3000}{600} = 5 \text{ m/s}$$

Ejercicio 17: La siguiente gráfica representa el movimiento de un coche que se desplaza a una ciudad que se encuentra a 200 km.

Tramo A-B: Calcula el espacio que recorre en ese tramo y la velocidad

Tramo B-C: Calcula el espacio que recorre en ese tramo y la velocidad

Tramo C-D: Calcula el espacio que recorre en ese tramo y la velocidad



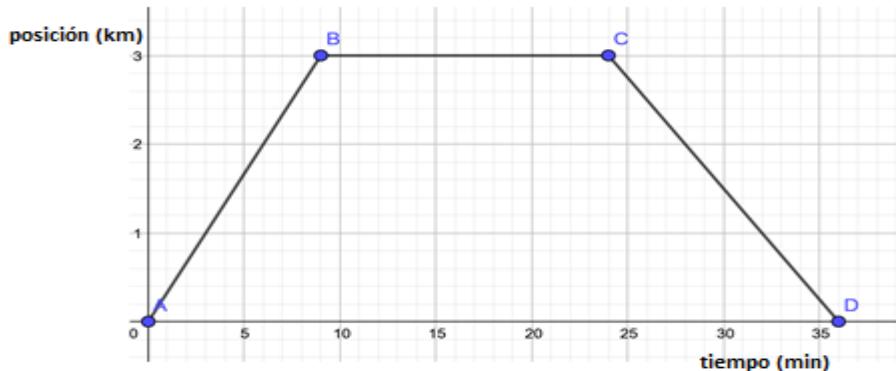
Tramo D-F: Calcula el espacio que recorre en ese tramo y la velocidad

¿Indica cuánto tiempo está parado y cuánto en movimiento?

Calcula la velocidad media contando el tiempo parado y sin contarlo

2.4 REALIZACIÓN DE GRÁFICAS

Ejemplo: Una persona sale de su casa a las 10:00 y se dirige en bicicleta a un pueblo cercano que se encuentra a 3 km y llega a las 10:09. Cuando llega hace unas compras y sale a las 10:24 y regresa a su casa a las 10:36



a) ¿Qué velocidad en km/h lleva a la ida?

Recorre los 3 km en 9 minutos = como nos lo piden en km/h pasamos los 9 minutos a horas => $9 \text{ min} \cdot \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} = 0,15 \text{ h} \Rightarrow v = \frac{e}{t} = \frac{3 \text{ km}}{0,15 \text{ h}} = 20 \text{ km/h}$

b) ¿Qué velocidad en km/h lleva a la vuelta? Tarda en volver 12 minutos

$$12 \text{ min} \cdot \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} = 0,2 \text{ h} \Rightarrow v = \frac{e}{t} = \frac{3 \text{ km}}{0,2 \text{ h}} = 15 \text{ km/h}$$

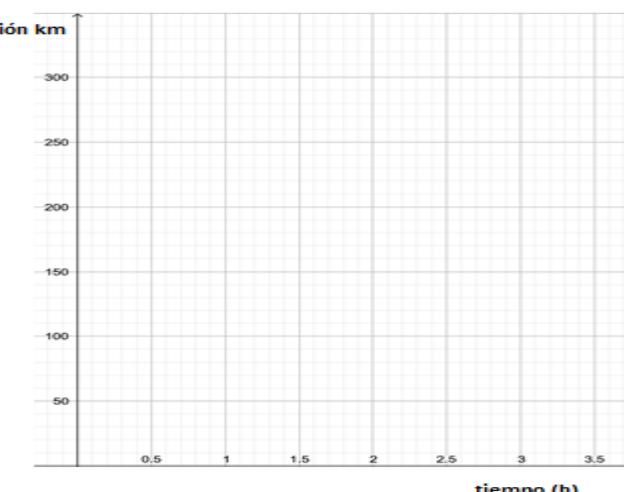
c) Calcula la velocidad media (sin contar el tiempo parado) $v = \frac{e}{t} = \frac{6 \text{ km}}{0,35 \text{ h}} = 17,15 \text{ km/h}$

Ejercicio 18: Representa en una gráfica posición tiempo la siguiente situación.

Un conductor va a hacer un viaje de Valladolid a Sevilla. Tarda en llegar a Béjar (que está a 160 km) 1,6 h donde hace un descanso de 0,4 h. Continua el viaje hasta Cáceres (que está a 150 km de Béjar) y tarda en este tramo 1,25 horas.

a) Calcula la velocidad en cada tramo

c) Calcula la velocidad media sin parar



3. MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACCELERADO

Un objeto tendrá aceleración cuando gane velocidad, cuando pierda velocidad o cuando gire.

La aceleración se define como el cambio de velocidad en un tiempo.

$$a = \frac{V_{final} - V_{inicial}}{tiempo}$$

Espacio recorrido durante la aceleración

$$e = V_i \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \text{ si la aceleración es positiva}$$

$$e = V_i \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \text{ si la aceleración es negativa}$$

Ejemplo: Calcula la aceleración y el espacio recorrido de un coche que está parado en un semáforo y alcanza una velocidad de 30 m/s en 6 s

Unidades => la velocidad está en m/s y el tiempo en s => no hay que hacer ningún cambio de unidades

$$a = \frac{V_{final} - V_{inicial}}{tiempo} = \frac{30 \frac{m}{s} - 0 \frac{m}{s}}{6 s} = 5 \frac{m}{s^2}$$

$$e = V_i \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = e = 0 \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 6^2 = 90 \text{ m}$$

Ejemplo: Calcula la aceleración de un coche que lleva una velocidad de 90 km/h y frena hasta detenerse en 5 s.

Unidades => La velocidad está en km/h y el tiempo en segundos s => cambiamos de unidades la velocidad

$$90 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = \frac{90 \cdot 1000 \cdot 1}{1 \cdot 3600} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a = \frac{V_{final} - V_{inicial}}{tiempo} = \frac{0 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5 \text{ s}} = - 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$e = V_i \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = e = 25 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5^2 = 62,5 \text{ m}$$

Ejercicio 19: Un coche lleva una velocidad de 15 m/s y acelera hasta una velocidad de 25 m/s en 5. Calcula la aceleración y el espacio recorrido

Ejercicio 20: Un coche lleva una velocidad de 126 km/h y frena hasta detenerse en 6 s. Calcula la aceleración y el espacio recorrido (cuidado con las unidades)

3.1 INTERPRETACIÓN DE GRÁFICAS VELOCIDAD-TIEMPO

Ejemplo: Representación del cambio de velocidad y el tiempo:

a) Primer tramo: El coche está parado y alcanza los 20 m/s en 4 s

$$a = \frac{V_{final} - V_{initial}}{tiempo} = \frac{20 \frac{m}{s} - 0 \frac{m}{s}}{4 \text{ s}} = 5 \text{ m/s}^2$$

$$e = V_i \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = e = 0 \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4^2 = 40 \text{ m}$$

b) Segundo tramo: mantiene una velocidad constante durante 6 s

$$e = v \cdot t = 20 \cdot 6 = 120 \text{ m}$$

c) Tercer tramo: El coche va a 20 m/s y acelera hasta 30 m/s en 5 s

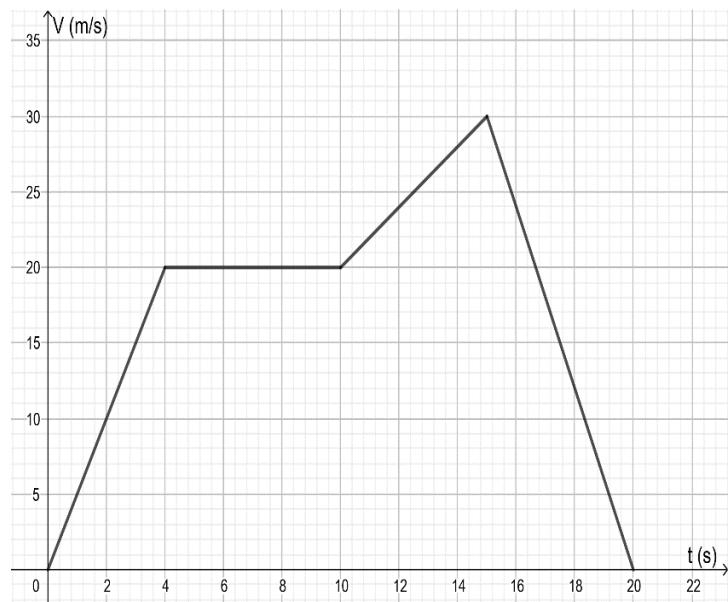
$$a = \frac{V_{final} - V_{initial}}{tiempo} = \frac{30 \frac{m}{s} - 20 \frac{m}{s}}{5 \text{ s}} = 2 \text{ m/s}^2$$

$$e = V_i \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = e = 20 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5^2 = 125 \text{ m}$$

d) Cuarto tramo: el coche va a 30 m/s y frena hasta detenerse en 5 s

$$a = \frac{V_{final} - V_{initial}}{tiempo} = \frac{0 \frac{m}{s} - 30 \frac{m}{s}}{5 \text{ s}} = -6 \text{ m/s}^2$$

$$e = V_i \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = e = 30 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 5^2 = 75 \text{ m}$$



Ejercicio 21: En la siguiente gráfica calcula la aceleración y el espacio recorrido en los 4 tramos



Tramo 1

Tramo 2

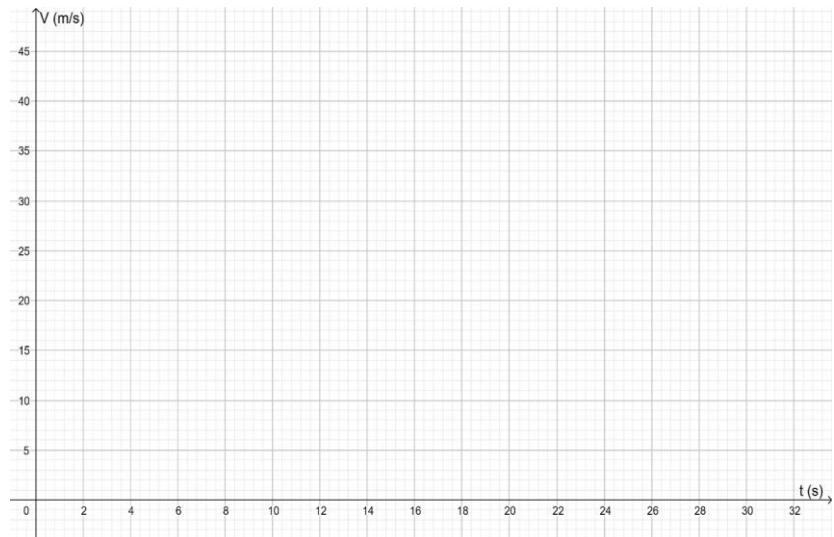
Tramo 3

Tramo 4

3.2 REPRESENTACIÓN DE GRÁFICAS VELOCIDAD-TIEMPO

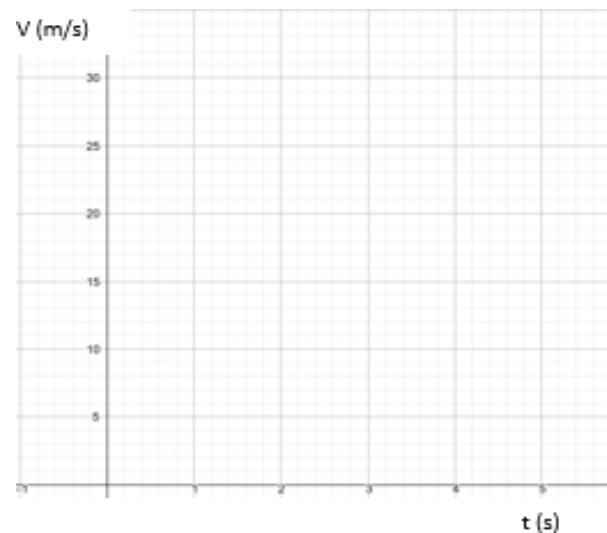
Ejercicio 22: Representa en la siguiente gráfica la siguiente situación

- Un fórmula 1 está parado y acelera hasta 45 m/s en 4 s
- Mantiene los 45 m/s durante 16 s
- Frena hasta los 25 m/s en 2 s
- Mantiene los 25 m/s durante 4 s
- Frena hasta detenerse en 4 s



Ejercicio 23: Un conductor lleva una velocidad de 32 m/s (que equivale a 115,2 km/h) cuando ve un obstáculo. Tarda 0,75 s en pisar el freno y otros 4 s hasta que el coche se detiene.

- a) Dibuja la gráfica velocidad-tiempo
- b) Espacio que recorre hasta frenar
- c) Aceleración de frenado
- d) Distancia total de frenado



3.3 LA ACELERACIÓN DE LA GRAVEDAD

Cerca de la superficie de la Tierra la aceleración de la gravedad es de $9,8 \text{ m/s}^2$.

Ejercicio 24: Dejamos caer un objeto desde una altura de 5 m. ¿Cuánto tardará en llegar al suelo?

Representación de gráfica espacio-tiempo

Cuando representamos una ecuación de segundo grado obtenemos una parábola.

$$e = a \cdot t^2 + b \cdot t + c$$

El vértice de una parábola será $t = \frac{-b}{2 \cdot a}$

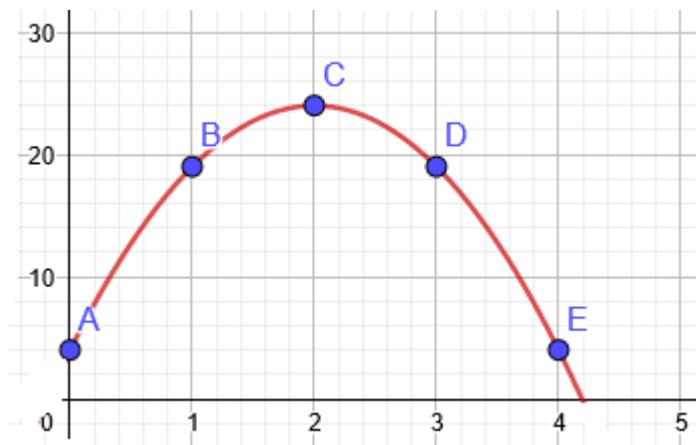
Ejemplo: Lanzamos un objeto desde una altura de 4 m verticalmente hacia arriba con una velocidad de 20 m/s. La función que describe este movimiento es la siguiente:
 $e = -5 \cdot t^2 + 20 \cdot t + 4$

Paso 1: Calculamos el vértice de la parábola

$$t = \frac{-b}{2 \cdot a} = \frac{-20}{-2 \cdot 5} = 2 \text{ s}$$

Paso 2: Damos valores (dejando el vértice en el medio)

Ecuación: $e = -5 \cdot t^2 + 20 \cdot t + 4$	Tiempo	Altura
$e = -5 \cdot 0^2 + 20 \cdot 0 + 4 = 4 \text{ m}$	0 s	4 m
$e = -5 \cdot 1^2 + 20 \cdot 1 + 4 = 19 \text{ m}$	1 s	19 m
$e = -5 \cdot 2^2 + 20 \cdot 2 + 4 = 24 \text{ m}$	2 s	24 m
$e = -5 \cdot 3^2 + 20 \cdot 3 + 4 = 19 \text{ m}$	3 s	19 m
$e = -5 \cdot 4^2 + 20 \cdot 4 + 4 = 4 \text{ m}$	4 s	4 m



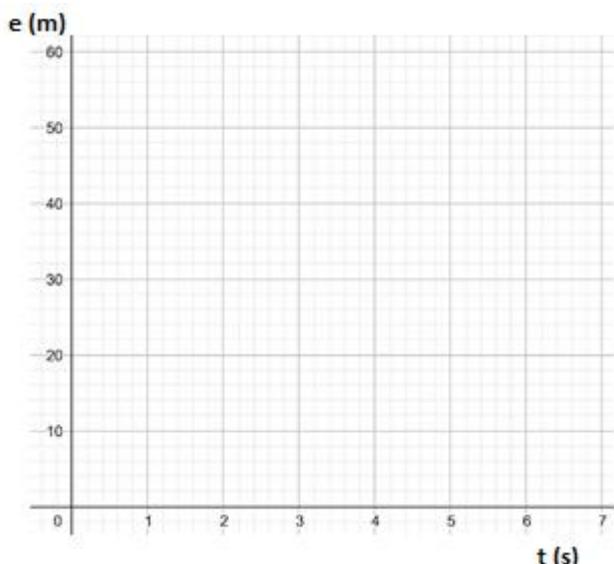
Ejercicio 25: Lanzamos un objeto desde una altura de 10 m verticalmente hacia arriba con una velocidad de 30 m/s. La función que describe este movimiento es la siguiente:

$$e = -5 \cdot t^2 + 30 \cdot t + 10$$

- Calcula la altura máxima
- indica el tiempo para que esté a 30 m del suelo
- Indica el tiempo que tarda en llegar al suelo

Vértice: $t = \frac{-b}{2 \cdot a} =$

Ecuación: $e = -5 \cdot t^2 + 30 \cdot t + 10$	Tiempo	Altura



Ejercicio 26: Lanzamos un objeto desde una altura de 5 m verticalmente hacia arriba con una velocidad de 40 m/s. La función que describe este movimiento es la siguiente:

$$e = -5 \cdot t^2 + 40 \cdot t + 5$$

- a) Calcula la altura máxima
- b) indica el tiempo para que esté a 50 m del suelo
- c) Indica el tiempo que tarda en llegar al suelo

Vértice: $t = \frac{-b}{2 \cdot a} =$

Ecuación: $e = -5 \cdot t^2 + 40 \cdot t + 5$	Tiempo	Altura

