# Tema 1: Números Reales

Los números reales son todos aquellos que pueden representarse en una recta numérica. Incluyen varios subconjuntos:

**1. Números Naturales (ℕ)**

Son los números que usamos para contar: 1, 2, 3, 4, ...

**2. Números Enteros (ℤ)**

Incluyen los naturales, el cero y los negativos: ..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...

**3. Números Racionales (ℚ)**

Se pueden expresar como fracción de dos enteros: a/b, donde a y b son enteros y b ≠ 0. Ejemplos: 1/2, -3/4, 5

**4. Números Irracionales**

No pueden expresarse como fracción. Su decimal es infinito y no periódico.
Ejemplos: √2, π, e

## 1. Resumen de Operaciones con Números Enteros

Los números enteros incluyen los positivos, negativos y el cero:

..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...

**1. Suma**

Reglas:

- Mismo signo: se suman los valores absolutos y se conserva el signo.
  Ej: (-3) + (-2) = -5

- Distinto signo: se restan los valores absolutos y se conserva el signo del número mayor.
  Ej: (-5) + 3 = -2

**2. Resta**

Restar es sumar el opuesto:

Ej: 5 - (-3) = 5 + 3 = 8

Ej: (-4) - 2 = -4 + (-2) = -6

**3. Multiplicación**

Reglas de signos:

- Positivo × Positivo = Positivo

- Negativo × Negativo = Positivo

- Positivo × Negativo = Negativo

Ej: (-3) × 4 = -12

Ej: (-2) × (-5) = 10

**4. División**

Igual que la multiplicación, se aplican las reglas de signos:

Ej: 12 ÷ (-3) = -4

Ej: (-15) ÷ (-5) = 3

**Propiedades Importantes**

- Cerradura: el resultado de sumar, restar o multiplicar dos enteros es otro entero.

- Elemento neutro:
  Suma: el 0 (ej: a + 0 = a)
  Multiplicación: el 1 (ej: a × 1 = a)

- Inverso aditivo: para cada entero a, existe -a tal que a + (-a) = 0

**EJERCICIO 1: Indica el resultado de las siguientes operaciones**

a) - 8 – 2 =          b) 8 – ( - 2) =          c) 5 – (3 – 4) =

d) 4 + 3 · 2 =          e) – 5 · (- 2 – 3 ) =          f) (- 3) · 5 – 5 · 2 =

## 2. Números Primos y Criterios de Divisibilidad

**¿Qué es un número primo?**

Un número primo es un número natural mayor que 1 que solo tiene dos divisores: él mismo y el 1. Es decir, no puede dividirse exactamente por ningún otro número.

**Criterios de Divisibilidad**

**Divisibilidad por 2**

Un número es divisible por 2 si termina en cifra par: 0, 2, 4, 6 u 8.

**Divisibilidad por 3**

Un número es divisible por 3 si la suma de sus cifras es divisible por 3.

**Divisibilidad por 5**

Un número es divisible por 5 si termina en 0 o en 5.

**Divisibilidad por 11**

Un número es divisible por 11 si la diferencia entre la suma de las cifras en posición impar y la suma de las cifras en posición par es múltiplo de 11 (incluido el 0).

**EJERCICIO 2: Descompón en números primos los siguientes números**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 200 | 112 | 216 | 135 | 60 |

## 3. Resumen de Operaciones con Fracciones

Las fracciones representan partes de un todo y se expresan como a/b, donde 'a' es el numerador y 'b' el denominador. Las operaciones básicas con fracciones incluyen suma, resta, multiplicación y división.

## 1. Suma de Fracciones

- Si tienen el mismo denominador: se suman los numeradores y se conserva el denominador.
  Ejemplo: 1/4 + 2/4 = (1+2)/4 = 3/4
- Si tienen distinto denominador: se busca el mínimo común múltiplo (mcm), se convierten las fracciones y se suman.
  Ejemplo: 1/3 + 1/4 = 4/12 + 3/12 = 7/12

## 2. Resta de Fracciones

- Igual que la suma, se requiere el mismo denominador.
  Ejemplo: 3/5 - 1/5 = (3-1)/5 = 2/5
- Si tienen distinto denominador: se busca el mcm y se realiza la resta.
  Ejemplo: 2/3 - 1/4 = 8/12 - 3/12 = 5/12

## 3. Multiplicación de Fracciones

- Se multiplican los numeradores entre sí y los denominadores entre sí.
  Ejemplo: 2/3 × 3/4 = (2×3)/(3×4) = 6/12 = 1/2

## 4. División de Fracciones

- Se multiplica la primera fracción por el inverso de la segunda.
  Ejemplo: (2/3) ÷ (4/5) = (2/3) × (5/4) = 10/12 = 5/6

## 5. Reglas Básicas

- Siempre simplificar el resultado si es posible.
- El denominador nunca debe ser cero.
- Convertir fracciones impropias a mixtas si se requiere.

## EJERCICIO 3: Simplifica las siguientes fracciones

a) $\frac{36}{40}$ =

b) $\frac{9}{12}$ =

c) $\frac{15}{20}$ =

d) $\frac{12}{18}$ =

e) $\frac{16}{20}$ =

f) $\frac{7}{42}$ =

g) $\frac{28}{70}$ =

h) $\frac{36}{84}$ =

i) $\frac{30}{48}$ =

**EJERCICIO 4: Realiza las siguientes operaciones con fracciones**

a) $\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+\frac{5}{3}=$

b) $\frac{1}{3}+\frac{3}{4}+\frac{5}{6}=$

c) $\frac{3}{4}-\frac{2}{3}+\frac{5}{9}=$

d) $\frac{1}{3}-\frac{3}{4}-\frac{5}{6}=$

e) $\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{7}{4}+\frac{5}{3}\right)=$

f) $\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{3}{4}+\frac{5}{6}\right)=$

g) $\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{2}{3}+\frac{5}{3}\right)\cdot\left(\frac{3}{2}-\frac{5}{7}\right)=$

h) $\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{4}+\frac{5}{6}\cdot\frac{2}{3}=$

i) $\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{4}+\frac{5}{3}=$

j) $\frac{1}{3}:\frac{3}{4}+\frac{5}{6}:\frac{2}{3}=$

k) $\frac{1}{3}:\frac{2}{3}+\frac{5}{4}=$

l) $-\frac{1}{3}+\frac{3}{4}:\frac{5}{6}=$

## 4. ¿Qué es una Potencia?

Una potencia es una forma abreviada de escribir una multiplicación repetida de un mismo número. Se representa como $a^n$, donde 'a' es la base y 'n' es el exponente.

**Propiedades de las Potencias**

1. Producto de potencias con la misma base: $a^n \times a^m = a^{n+m}$

2. Cociente de potencias con la misma base: $a^n \div a^m = a^{n-m}$

3. Potencia de una potencia: $(a^n)^m = a^{n\cdot m}$

4. Potencia de un producto: $(a \times b)^n = a^n \times b^n$

5. Potencia de un cociente: $(a \div b)^n = a^n \div b^n$

6. Exponente cero: $a^0 = 1$ (si $a \neq 0$)

7. Exponente negativo: $a^{-n} = 1 / a^n$

**Ejemplos**

• $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

• $5^0 = 1$

• $(3^2)^3 = 3^6 = 729$

• $4^{-2} = 1 / 4^2 = 1/16$

**EJERCICIO 5: Indica el resultado de las siguientes expresiones (atención a los signos)**

a) $2^3$ = b) $(-2)^3$ = c) $(-2)^4$ =

d) $2^{-1}$ = e) $(-2)^{-2}$ = f) $(-2)^{-3}$ =

g) $(2^2)^3$ = h) $(-2^2)^3$= i) $(-2^3)^3$ =

**EJERCICIO 6: Reduce en la medida de lo posible las siguientes operaciones:**

a) $2^3 \cdot 3^2 \cdot 2^2$ = b) $5^3 \cdot 2^2 \cdot 5^2$ = c) $(2^2)^3 \cdot 2^2 \cdot 5^2$=

d) $\frac{2^5}{2^3}$ = e) $\frac{2^2}{2^{-3}}$ = f) $\frac{2^5\ 2^3 3^4}{3^2\ 2^3 2^2}$ =

g) $\frac{2^5\ 3^5 5^2}{3^4\ 2^6 5^2}$ = h) $\frac{2^5\ 3^5 5^2}{3^4\ 2^6 5^2}$ = i) $\frac{7^5\ 2^5 5^2}{7^4\ 2^6 5^3}$ =

## 5. ¿Qué es una raíz?

En matemáticas, una raíz es una operación inversa a la potenciación. La raíz cuadrada de un número 'a' es otro número 'b' tal que $b^2 = a$. De forma general, la raíz enésima de un número 'a' es un número 'b' tal que $b^n = a$.

**Ejemplos**

- $\sqrt{9} = 3$, porque $3^2 = 9$
- $\sqrt{25} = 5$, porque $5^2 = 25$
- $\sqrt[3]{8} = 2$, porque $2^3 = 8$

**Propiedades de las raíces**

- La raíz cuadrada de un número positivo tiene dos soluciones: una positiva y una negativa.
- La raíz de un número negativo no está definida en los números reales (excepto raíces impares).
- $\sqrt{(a \times b)} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$, siempre que a y b sean positivos.
- $\sqrt{(a / b)} = \sqrt{a} / \sqrt{b}$, siempre que $b \neq 0$.

**EJERCICIO 7: Escribir en forma de potencia:** Ejemplo $\sqrt[3]{5^2} = 5^{\frac{2}{3}}$

a) $\sqrt{3}$ = b) $\sqrt[3]{3}$ = c) $\sqrt[4]{2^3}$ =

d) $\sqrt[4]{2^5}$ = e) $\sqrt[3]{(2^3)^4}$ = f) $\sqrt[5]{(3^3)^5}$ =

**Ejercicio 8: Saca de la raiz (ej:** $\sqrt[3]{2^5} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 2^2} = 2\cdot\sqrt[3]{2^2}$)

**a)** $\sqrt[5]{2^7}$ = **b)** $\sqrt[3]{11^7}$ =

**c)** $\sqrt[3]{2^7 \cdot 3^4}$ = **d)** $\sqrt{3^6 \cdot 5^7}$ =

**Ejercicio 9: Realiza la descomposición factorial y saca de la raiz:**

a) $\sqrt[3]{72}$ = b) $\sqrt[5]{96}$ = c) $\sqrt[3]{216}$ = d) $\sqrt{216}$=

**Ejercicio 10:Introducir números dentro de la raiz: Ejemplo** $3^2\cdot\sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{3^6 \cdot 2^2}$ (3·2 = 6)

a) $2\cdot\sqrt[3]{2^2}$ =

b) $3\cdot\sqrt[5]{2^4}$ =