1. Escalas en Mapas y Planos

La escala es la relación matemática entre una distancia en el mapa/plano y la distancia real en el terreno. Permite representar objetos grandes (como ciudades o edificios) en superficies pequeñas, manteniendo la proporción.

Tipos de Escala

Escala numérica: nos da una proporción independientemente de las unidades que utilicemos. Si utilizamos mapas, una unidad que se adecúa al tamaño del papel suelen ser los cm.

Ej: Si nos indican una escala 1: 100.000, significa que 1 cm del mapa o plano equivalen a 100000 cm en la realidad (1 km)

Ejemplo Práctico

Si un mapa tiene escala 1:50.000 y la distancia entre dos puntos en el mapa es de 4 cm, la distancia real será:
4 cm × 50.000 = 200.000 cm = 2 km

Ejercicio 1

En un mapa con escala 1:100.000, la distancia entre dos ciudades es de 3 cm. ¿Cuál es la distancia real?

Ejercicio 2

En un plano con escala 1:500, la longitud de una pared es de 6 cm. ¿Cuál es la longitud real?

Ejercicio 3

En un mapa con escala 1:50.000, la distancia entre dos lagos es de 4.5 cm. ¿Cuál es la distancia real?

Ejercicio 4: Un plano de una piscina tiene una escala 1:200. En el plano, la piscina mide 8 cm de largo y 4 cm de ancho. ¿Cuál será su área total en la realidad?

Ejercicio 5: Un lago tiene una forma cuadrada y un área de 4 km^2. Qué medidas tendría si lo representamos en un plano de escala 1:50.000

2. Los Triángulos

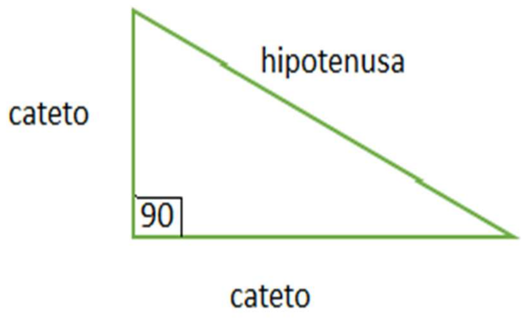
Los triángulos son figuras geométricas fundamentales que tienen tres lados y tres ángulos. Existen diferentes tipos de triángulos según sus lados y ángulos, y poseen propiedades importantes que se utilizan en diversos contextos matemáticos y científicos. La suma de los ángulos internos de cualquier triángulo es **siempre 180°.**

Tipos de Triángulos

1. Triángulo equilátero: Tiene los tres lados iguales y los tres ángulos internos miden 60°.
2. Triángulo isósceles: Tiene dos lados iguales y dos ángulos iguales.
3. Triángulo escaleno: Tiene todos los lados y ángulos diferentes.
4. Triángulo rectángulo: Tiene un ángulo recto (90°).

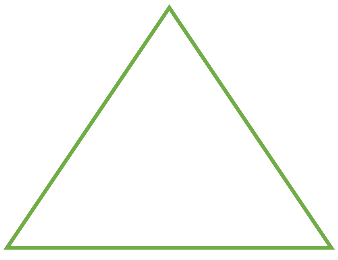
Teorema de Pitágoras: Válido para triángulos rectángulos (aquellos que tienen un ángulo de 90°)

Recuerda => $\mathbf{h^2 = C_1^2 + C_2^2}$

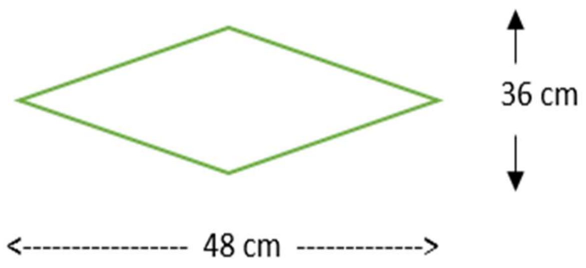


Ejercicio 6. Calcula la hipotenusa de un triángulo rectángulo sabiendo que sus catetos miden 18 y 24 cm (sol. 30 cm)

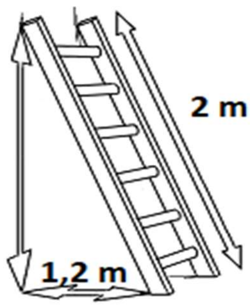
Ejercicio 7 Calcule la altura de un triángulo equilátero de 30 cm de lado (sol. 25,98 cm)



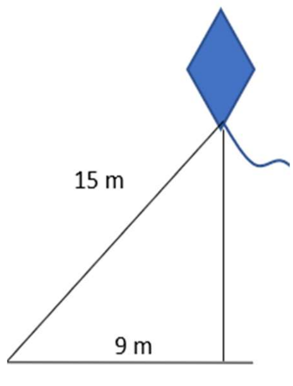
Ejercicio 8 Calcule el perímetro (suma de todos los lados) del siguiente rombo (sol. 120 cm)



Ejercicio 9. Tenemos una escalera de 2 m. Si colocamos la base a 1,2 m de la pared, ¿hasta qué altura llegará? (sol 1,6 m)



Ejercicio 10 ¿A qué altura está la siguiente cometa si la cuerda mide 15 m y hay que moverse 9 m para situarnos debajo de ella?. (sol. 12 m)

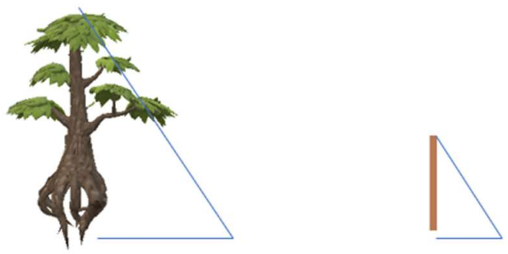


3. SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

Dos triángulos son semejantes si tienen dos ángulos iguales.

Ejercicio 11: Medición de la altura de un árbol

Un estudiante quiere medir la altura de un árbol sin subir a él. Coloca una vara de 1 metro de altura verticalmente en el suelo. Cuando el sol brilla, la vara proyecta una sombra de 0,5 metros, mientras que el árbol proyecta una sombra de 1,2 metros. ¿Cuál es la altura del árbol?

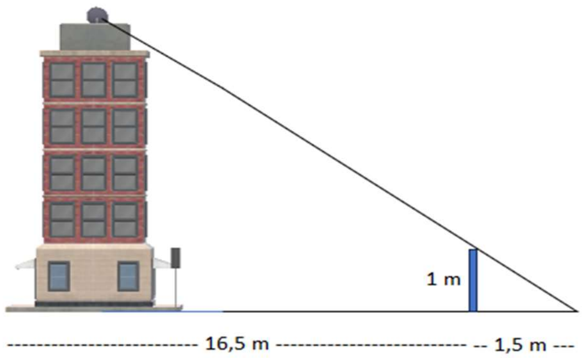


Ejercicio 12: Fotografía aérea

Un dron toma una fotografía aérea de una torre y su sombra. En la imagen, la torre mide 3 cm y la sombra 2 cm. En la realidad, la sombra mide 10 metros. ¿Cuál es la altura real de la torre?

Ejercicio 13: Altura de un edificio

Un estudiante quiere calcular la altura de una torre. Coloca un palo de 1 metro de altura verticalmente en el suelo y mide su sombra, que es de 1,5 m. Desde la torre hasta el palo hay una distancia de 16,5 m. ¿Cuál es la altura de la torre?



Ejercicio 14

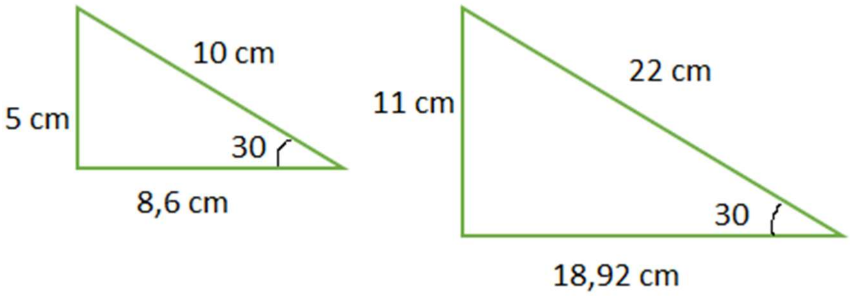
En una fotografía aérea, se observa que un edificio proyecta una sombra de 15 metros. En la misma imagen, un poste de 3 metros de altura proyecta una sombra de 2,5 metros. Usando la semejanza de triángulos, calcula la altura del edificio.

Ejercicio 15

Durante una excursión, un grupo de estudiantes quiere calcular la altura de un árbol sin treparlo. Colocan una vara de 1,5 metros verticalmente y miden su sombra, que es de 1,2 metros. La sombra del árbol mide 10 metros. ¿Cuál es la altura del árbol?

4. Funciones trigonométricas:

El teorema de Pitágoras es muy útil siempre que conozcamos dos de los lados de un triángulo rectángulo. En muchas ocasiones lo que podemos conocer es sólo un lado y un ángulo. En estas situaciones es necesario recurrir a las funciones trigonométricas para obtener todos los ángulos y lados de un rectángulo.



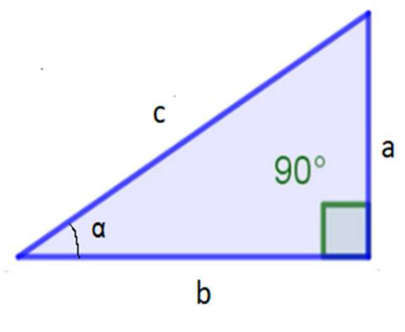
En los triángulos de la imagen compara las siguientes operaciones:

a) Divide el cateto "vertical" entre la hipotenusa
b) Divide el cateto "horizontal" entre la hipotenusa
c) Divide el cateto "vertical" entre el "horizontal"

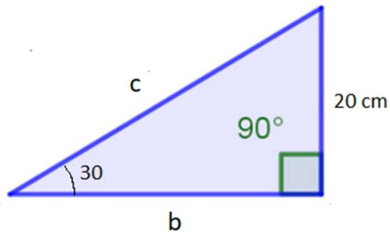
sen α = $\frac{a}{c}$

cos α = $\frac{b}{c}$

tg α = $\frac{a}{b}$



Ejemplo: Calcula todos los lados y ángulos del siguiente triángulo:



Como nos dan el "lado opuesto" al ángulo tenemos que empezar por una función en la que aparezca (sen, o tg)

Paso 1: sen α = $\frac{a}{c}$ => sen 30 = $\frac{20}{c}$ => (en la calculadora vemos que sen 30 = 0,5)

por lo que 0,5 = $\frac{20}{c}$ => c = 40 cm

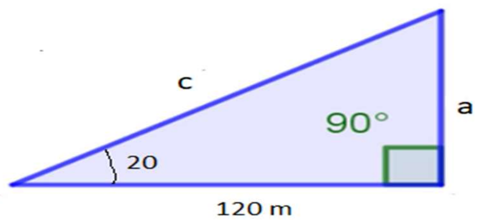
Paso 2: el lado que falta lo podíamos sacar por el teorema de pitágoras o utilizando otra función trigonométrica:

cos α = $\frac{b}{c}$ => cos 30 = $\frac{b}{40}$ => b = 0,86· 40 = 34,4 cm (*cos 30 = 0,86)

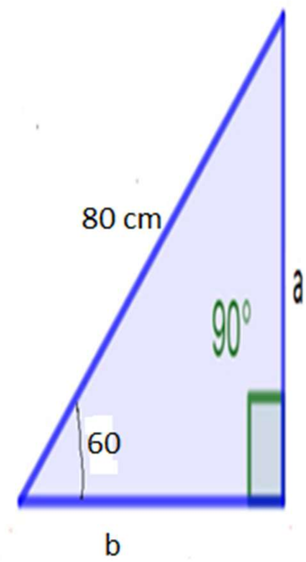
El ángulo que falta se obtiene sabiendo que entre todos suman 180

180-90-30 = 60

Ejercicio 16: Calcula los lados y ángulos que faltan



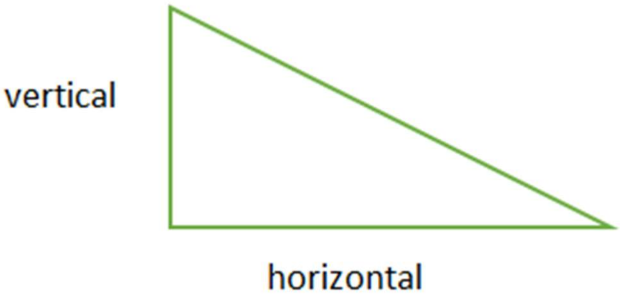
Ejercicio 17: Calcula los ángulos y lados que faltan



5. La pendiente y su relación con el ángulo

5.1 Cálculo de la pendiente en porcentaje: simplemente nos da la relación entre la altura vertical y la longitud horizontal.

$\% = \frac{VERTICAL}{HORIZONTAL} \cdot 100$



*una pendiente del 100 % equivale a un ángulo de 45^0

Ejemplo: un ciclista sube por una pendiente del 20%. Si ha ascendido 30 m en la vertical ¿cuánto habrá avanzado en la horizontal? ¿Cuánto habrá recorrido?

$\% = \frac{VERTICAL}{HORIZONTAL} \cdot 100$ => $20 = \frac{30}{HORIZONTAL} \cdot 100$ => horizontal = 150 m

Para calcular lo que ha recorrido simplemente aplicamos el teorema de Pitágoras

$H^2 = 20^2 + 150^2$ => H = 151,3 m

Ejercicio 18 una rampa tiene una pendiente del 50 %. Si ascendemos 10 m ¿Cuánto habremos avanzado horizontalmente? ¿Cuánto habremos recorrido?

5.2 Relación de la pendiente con el ángulo

$\mathrm{Tg}\ \Phi = \frac{VERTICAL}{HORIZONTAL}$

$\% = \frac{VERTICAL}{HORIZONTAL} \cdot 100$ => $\% = \mathrm{Tg}\ \Phi \cdot 100$

Ejemplo: Una pendiente del 15% ¿Con qué ángulo corresponde?

$\% = \mathrm{Tg}\ \Phi \cdot 100$ => $15 = \mathrm{Tg}\ \Phi \cdot 100$ => $\mathrm{Tg}\ \Phi = 0,15$ => $\Phi = 8,53^o$

Ejercicio 19: Una pendiente del 10% ¿Con qué ángulo corresponde?

Ejercicio 20: Una rampa tiene una pendiente del 20 %. Si ascendemos 2 m

a) **¿Cuánto habremos avanzado horizontalmente?**
b) **¿Cuánto habremos recorrido?**
c) **¿Qué ángulo tiene la rampa?**